**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**

**Санкт-Петербургский государственный**

**электротехнический университет**

**«ЛЭТИ» им. В.И. Ульянова (Ленина)**

**Кафедра МО ЭВМ**

отчет

**по домашнему заданию №3**

**по дисциплине «Элементы функционального анализа»**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Студент гр. 8382 |  | Мирончик П.Д. |
| Преподаватель |  | Коточигов А.М. |

Санкт-Петербург

2021

# Задание

# Ход работы

*Линейный функционал* - линейное отображение линейного пространства в множество вещественных или комплексных чисел.

*Однородная гиперплоскость* - замкнутое линейное пространство Y, содержащееся в банаховом пространстве X, причем не существует линейного пространства Z такого, что .

*Норма функционала*:.

*Ядро функционала*: .

**Базис ядра *K***. Пусть - линейный функционал на и ядро . Очевидно, что ядром *K* функционала будет пересечение гиперплоскостей :

Построим базис ядра *K*:

,

**Поиск ортонормированного базиса *L***. Известно, что , составим СЛУ для нахождения :

Решив СЛУ, получили вектор . Нормируем его: .

Заметим, что набор из базисных векторов *K* и вектор образуют базис пространства *L*. Запишем его:

,

Этот базис не является ортонормированным, поэтому применим метод ортогонализации Грамма-Шмидта и получим результат:

Данный набор векторов является ортонормированным базисом *L* и является искомыми значениями .

**Проверка** . По свойству аддитивности разложим на базисные вектора:

Заметим, что , т.к. - базисные вектора ядра . Значит, будет максимальным, если составляющие разложения будут равны нулю, и . Т.к. , , что и требовалось доказать.

**Поиск** . Найдем далее вектор . *L* - гиперплоскость, и вектор нормали к ней будет иметь коэффициенты - это и есть искомый вектор .

**Поиск коэффициентов *f***. Рассмотрим линейный функционал , заданный следующими условиями:

Из условия видно, что ядром функционала будет гиперплоскость с базисными векторами . Вектор ортогонален этому базису и значит является вектором нормали к ядру функционала.

Подберем коэффициент таким образом, чтобы выполнялось условие :

Итак, известно, что вектора - базис пространства . Любой вектор пространства можно разложить в виде суммы базисных. В тоже время известно, что функционал обладает свойством аддитивности. В результате мы получаем:

Т.е. . Отсюда логично предположить, что нормы на совпадают.